

Na egzaminie dyplomowym student powinien wykazać się znajomością i rozumieniem podstawowych pojęć matematycznych oraz zagadnień z dydaktyki matematyki. Oceniana będzie również umiejętność wyjaśniania związków między matematyką elementarną a matematyką wyższą. Obowiązujący zakres materiału do egzaminu dyplomowego zawarty jest w poniższych zagadnieniach.

## I. Elementy logiki i teorii mnogości

1. Rachunek zdań. Kwantyfikatory, prawa rachunku kwantyfikatorów.
2. Relacje równoważności. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważności.
3. Relacje porządkowe. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
4. Aksjomatyka liczb naturalnych. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).

## II. Analiza matematyczna i topologia

1. Definicje i podstawowe własności funkcji.
2. Różne definicje i własności granicy ciągu i granicy funkcji.
3. Funkcje ciągłe i ich własności.
4. Pochodna funkcji jednej zmiennej. Badanie przebiegu funkcji.
5. Całka Riemanna - definicja, własności, zastosowania.
6. Zbiory otwarte, domknięte w przestrzeniach metrycznych - definicje, przykłady, własności.
7. Różne rodzaje przestrzeni metrycznych - zupełne, zwarte, spójne, ośrodkowe.

## III. Algebra

1. Podstawowe struktury algebraiczne, definicje i przykłady.
2. Przestrzenie wektorowe (przykłady), baza przestrzeni wektorowej (przypadek przestrzeni o skończonym wymiarze), współrzędne wektora w bazie.
3. Odwzorowania liniowe w przestrzeniach wektorowych, macierz odwzorowania liniowego.
4. Metody rozwiązywania układów równań liniowych.
5. Wektory własne, wartości własne odwzorowania liniowego (macierzy); wielomian charakterystyczny.
6. Ciało liczb zespolonych; zasadnicze twierdzenie algebry.

## IV. Geometria

1. Podstawowe pojęcia i twierdzenia geometrii elementarnej: twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie sinusów, twierdzenie kosinusów, twierdzenia o symetrycznych, środkowych, wysokościach, dwusiecznych kątów wewnętrznych i zewnętrznych w trójkącie. Okręgi wpisane w czworokąty i okręgi opisane na czworokątach. Wielokąty foremne, konstrukcje wielokątów foremnych. Wielościany, wielościany foremne, przykłady wielościanów foremnych. Wzór Eulera dla wielościanów. Powierzchnie obrotowe, walce, stożki, kule.
2. Przekształcenia geometryczne. Izometrie na płaszczyźnie i w przestrzeni, jednokładności, podobieństwa, przykłady. Grupy przekształceń geometrycznych.
3. Własności miarowe figur geometrycznych, pola i objętości figur.
4. Metoda analityczna w geometrii - równania prostych, płaszczyzn, stożkowych. Przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych.

## V. Rachunek prawdopodobieństwa

1. Podstawowe pojęcia kombinatoryki.
2. Aksjomatyczna definicja przestrzeni probabilistycznej. Podstawowe własności prawdopodobieństwa. Model probabilistyczny doświadczenia losowego - przykłady. Przestrzeń probabilistyczna  $(\Omega, p)$  a przestrzeń probabilistyczna  $(\Omega, \mathcal{Z}, P)$ .
3. Prawdopodobieństwo warunkowe. Stochastyczna niezależność zdarzeń. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.
4. Zmienna losowa w ziarnistej (dyskretnej) przestrzeni probabilistycznej i jej rozkład. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej. Niezależność zmiennych losowych.
5. Prawdopodobieństwo a częstość. Prawo wielkich liczb Bernoulliego.
6. Paradoksy rachunku prawdopodobieństwa.

## VI. Informatyka

1. Algorytm - własności i różne sposoby przedstawiania.
2. Przykłady algorytmów (algorytm Euklidesa, schemat Hornera, wieże Hanoi, algorytmy sortowania, wyznaczenie elementu największego, znajdowanie miejsca zerowego funkcji metodą połowienia przedziału).
3. Algorytmy iteracyjne a algorytmy rekurencyjne.
4. Instrukcja warunkowa. Schemat działania. Przykłady.
5. Przykłady zastosowania w pracy matematyka pakietów do obliczeń symbolicznych. Zalety i ograniczenia związane z ich wykorzystaniem.

## VII. Dydaktyka matematyki

1. Cele nauczania matematyki. Cele matematycznego kształcenia w kontekście obowiązującej podstawy programowej.
2. Proces definiowania. Kształtowanie a definiowanie pojęć w nauczaniu szkolnym.
3. Konstruktywistyczne i niekonstruktywistyczne koncepcje nauczania matematyki.
4. Operatywny charakter matematyki. Koncepcja czynnościowego nauczania matematyki.
5. Zadania matematyczne w nauczaniu matematyki - typy zadań, etapy rozwiązywania zadań.